

Regolatori PID digitali



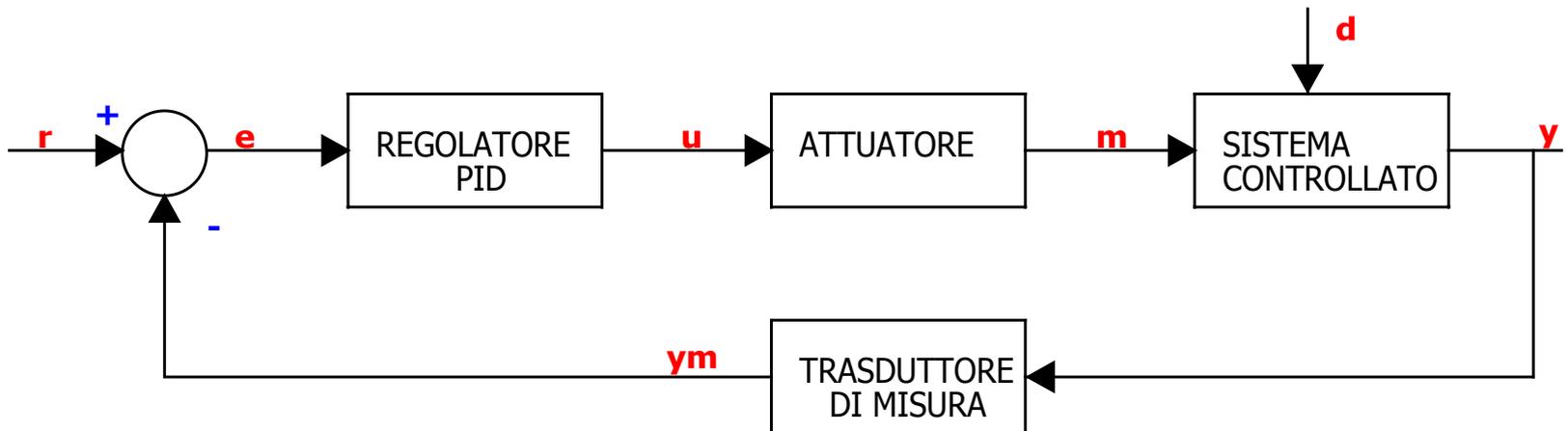
Ad uso interno del corso Elettronica e Telecomunicazioni

Caratteristiche fondamentali

Tra le ragioni del vastissimo utilizzo dei regolatori **PID** (anche detti *regolatori industriali*) nella pratica dell'automazione industriale, si ricorda:

- *semplicità di realizzazione* in diverse tecnologie (elettronica, idraulica, pneumatica)
- *efficacia* per la regolazione di un'ampia gamma di processi industriali
- *standardizzazione* con i relativi vantaggi in termini di *affidabilità* e *economicità*
- *semplicità di taratura* dei parametri, mediante regole applicabili con buoni risultati anche nel caso in cui non sia disponibile un modello matematico preciso del sistema da controllare
- possibilità di *taratura automatica* dei parametri mediante metodi sperimentali

Schema di principio di un sistema di controllo analogico con PID



La variabile di controllo u è generata dalla somma di tre contributi:

- un primo contributo **proporzionale** all'errore e tra il segnale di riferimento r e la variabile d'uscita y (o una sua misura ym) del sistema controllato;
- un secondo contributo proporzionale all'**integrale** dell'errore e , in modo che l'errore a regime si possa annullare a fronte di segnali di riferimento o disturbi additivi costanti;
- un terzo contributo proporzionale alla **derivata** dell'errore e , in grado di fornire un'azione anticipativa sull'andamento dell'errore stesso

Caratteristiche PID analogici

I regolatori impieganti la classica tecnologia analogica sono ancora ben presenti sul mercato; sono prodotti e venduti numerosi dispositivi che impiegano esclusivamente tecnologia analogica.

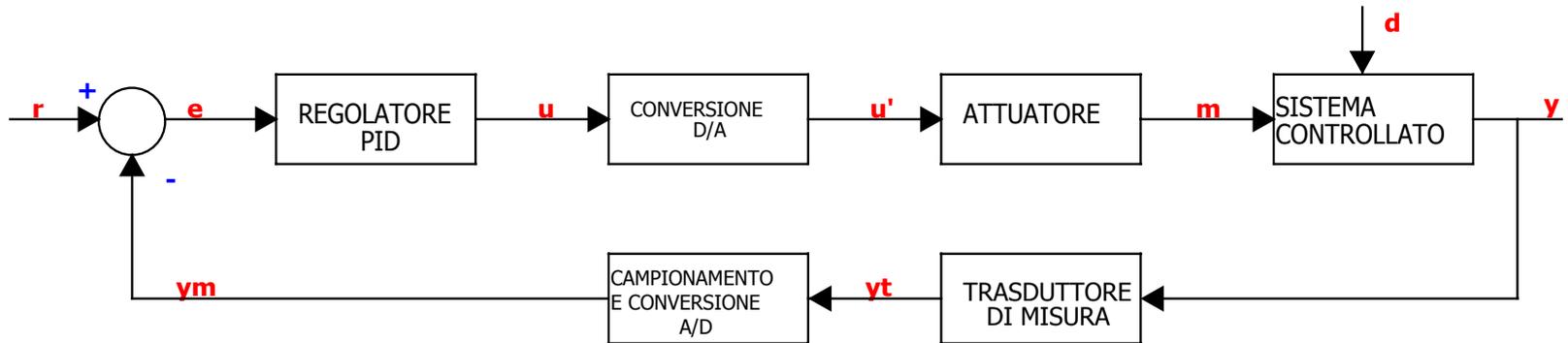
Funzionano egregiamente con prestazioni che, in alcuni casi, sono anche migliori dei regolatori che impiegano la tecnologia numerica.

Per ottenere queste prestazioni occorre però realizzare delle circuiterie elettroniche particolarmente complesse

Il maggior limite di un regolatore analogico è la difficoltà delle operazioni di ottimizzazione, e la non ripetibilità delle medesime.

Ipotizzando di dover ottimizzare una serie di regolatori tutti uguali, nel caso di regolatori analogici le ottimizzazioni si ottengono modificando il valore di resistori e condensatori (per le variazioni grossolane), ed aggiustando il cursore di potenziometri (per regolazioni fini): è abbastanza evidente la diversa difficoltà delle due operazioni.

Schema di principio di un sistema di controllo digitale con PID



Ipotizzando di dover ottimizzare una serie di regolatori tutti uguali, nel caso di regolatori numerici sarà sufficiente ottimizzare il primo, annotarsi i coefficienti numerici e scrivere i medesimi in tutti gli altri regolatori.

Molti regolatori basati su tecnologia numerica prevedono funzioni auto ottimizzanti.

Inoltre, con le tecniche numeriche ed i moderni dispositivi di elaborazione, è possibile implementare regolatori con funzioni complesse e sofisticate che permettono di raggiungere prestazioni elevate, a fronte di circuiterie elettroniche assai semplici

Progetto di un regolatore PID digitale

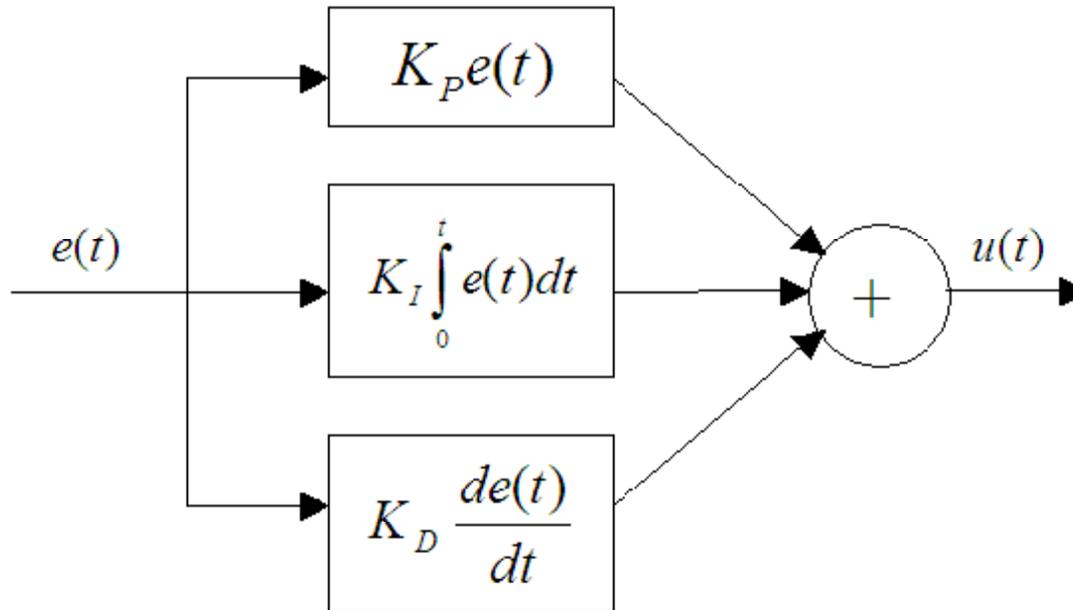
Due metodi diversi di progettazione

- teoria di sistemi di controllo campionati
- discretizzazione di progetti eseguiti nel dominio analogico (approssimazione)

la FdT dell'insieme A/D + algoritmo + D/A deve essere una buona approssimazione della FdT del controllore analogico

- In ogni caso va considerato il problema dell'aliasing

Schema di principio di un regolatore PID



Uscita del controllore nel tempo

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

K_P : guadagno proporzionale;

K_I : guadagno integrale;

K_D : guadagno derivativo.

Alternativamente, la legge di controllo si può scrivere come segue:

$$u(t) = K_P e(t) + \frac{K_P}{T_I} \int_0^t e(t) dt + K_P T_D \frac{de(t)}{dt} = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

dove

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} = \text{costante di tempo tempo integrale (o reset)}$$

$$T_D = \frac{K_D}{K_P} = \text{costante di tempo derivativa}$$

Funzione di trasferimento del controllore

$$U(s) = K_P e(s) + \frac{K_P}{T_I} \frac{e(s)}{s} + K_P T_D s e(s)$$

$$U(s) = K_P e(s) \left(1 + \frac{1}{s T_I} + s T_D \right)$$

Ipotizzando i seguenti valori:

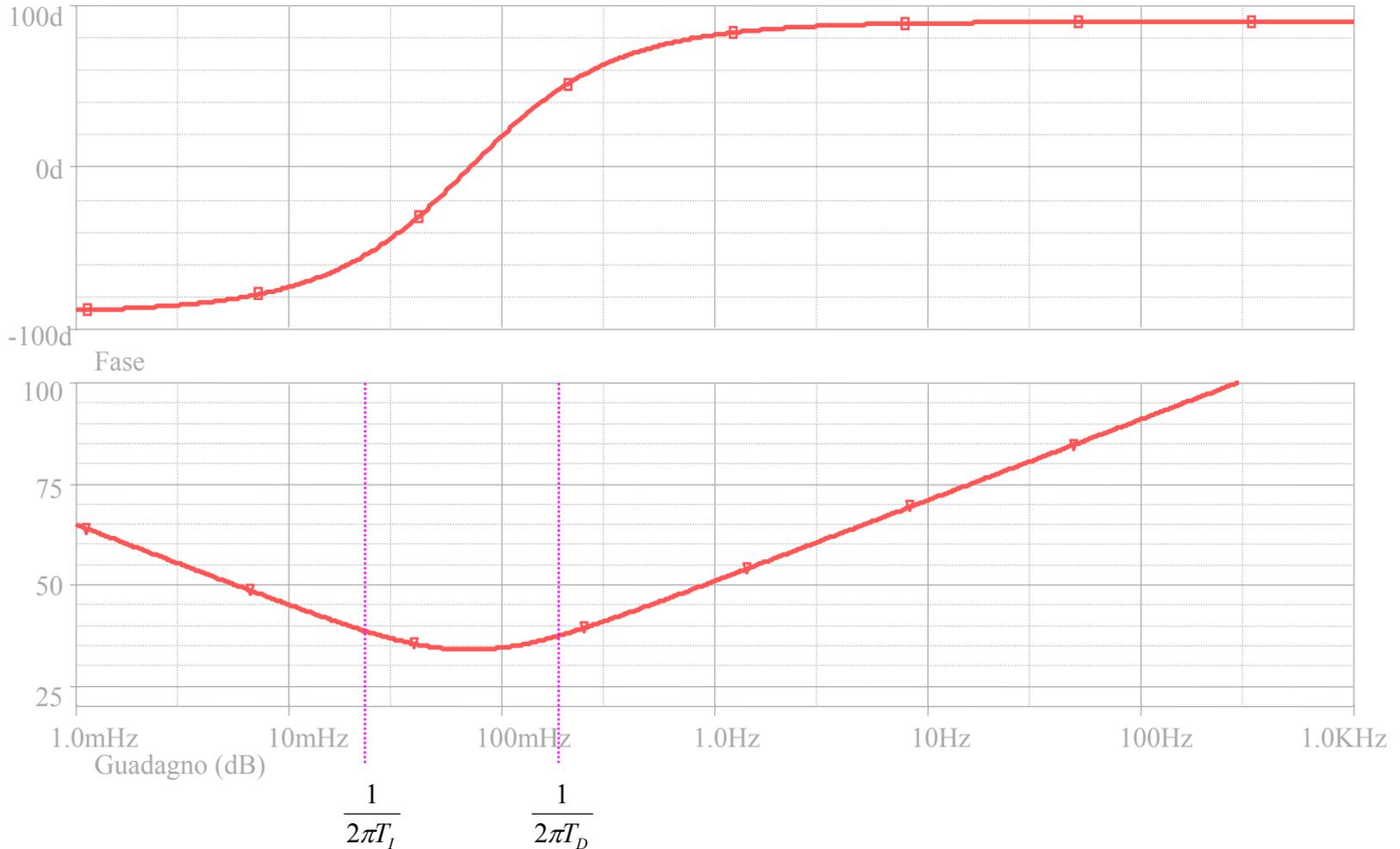
KP=50

TI=4.5 sec.

TD=1.125 sec.

si ottengono le successive curve di risposta in frequenza

Risposta in frequenza del controllore



Configurazioni

Dal caso generale della legge di controllo PID è possibile derivare altre leggi, annullando una o più delle azioni di controllo.

Sono in particolare di interesse le configurazioni:

- **P** (proporzionale);
- **PD** (proporzionale-derivativa);
- **PI** (proporzionale-integrale).

Realtà industriale

Da un'indagine effettuata su un processo di fabbricazione formato da 2000 anelli di retroazione \Rightarrow 97% PI e restante 3% PID

- utilizzo dei parametri di default
- performance non buone per problemi di tuning

Caratteristiche dell'azione proporzionale /1

È un'azione correttiva che è presente nell'istante stesso in cui si manifesta lo scostamento tra setpoint e valore misurato

Presenza di errore a regime (o stazionario) dipendente dalla costante di proporzionalità K_p (in modo inversamente proporzionale)

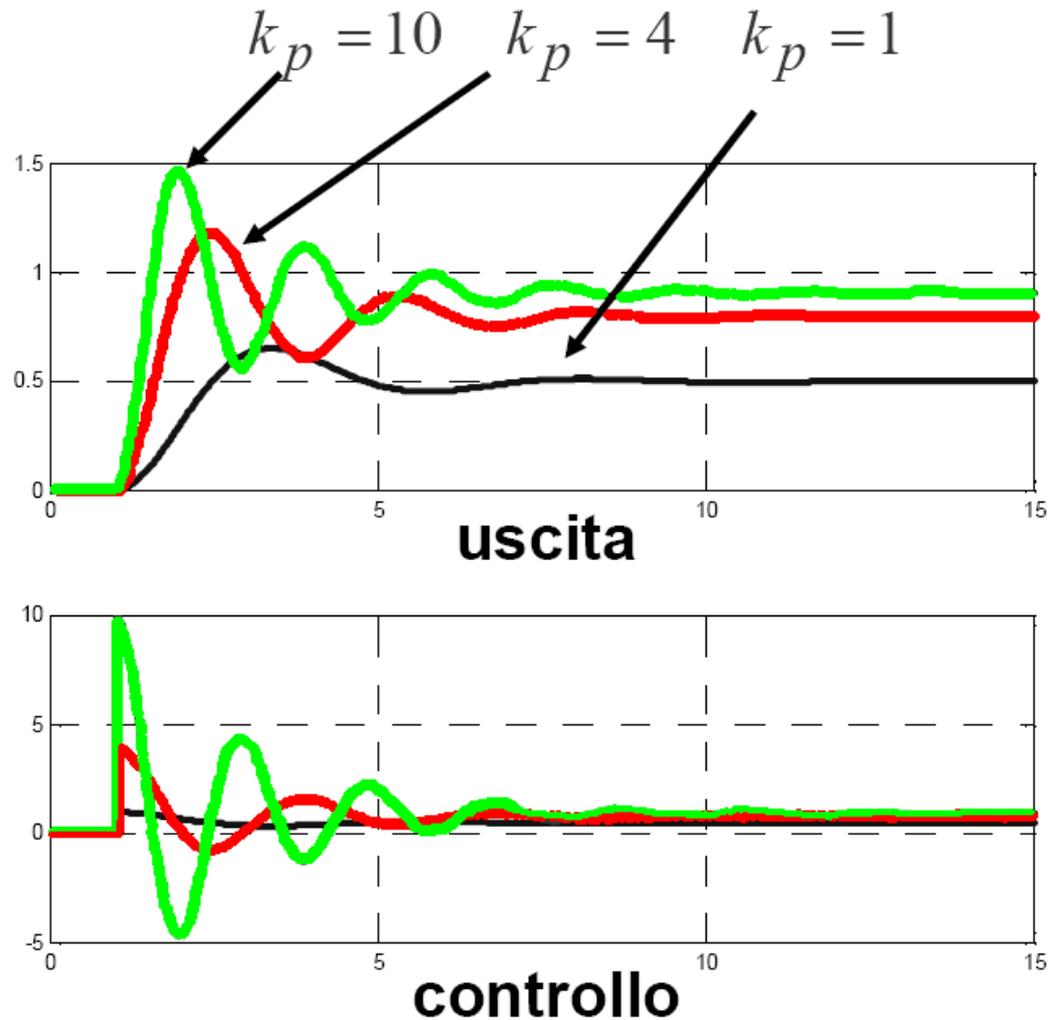
Se il parametro K_p è elevato, basta una leggera variazione del setpoint o del valore misurato per ottenere forti variazioni nella grandezza che controlla il processo, con possibile saturazione dell'attuatore

Più il parametro K_p è elevato, più il sistema di regolazione proporzionale è in grado di reagire efficacemente a fronte di variazioni improvvise e di breve durata del processo (disturbi)

Non è in grado di reagire efficacemente a fronte di variazioni di lunga durata del processo (disturbi o variazioni parametriche)

Consente una buona rapidità di intervento (in particolare con K_p elevato), ma allo stesso tempo riduce i margini di stabilità con possibili inneschi di oscillazioni nel sistema, specialmente in caso di tempi morti nell'anello di controllo

Caratteristiche dell'azione proporzionale /2



Caratteristiche dell'azione integrale /1

Può manifestarsi anche in assenza di scostamento tra setpoint e valore misurato, ma non è presente nell'istante in cui lo scostamento si manifesta e necessita di un intervallo di tempo per manifestarsi.

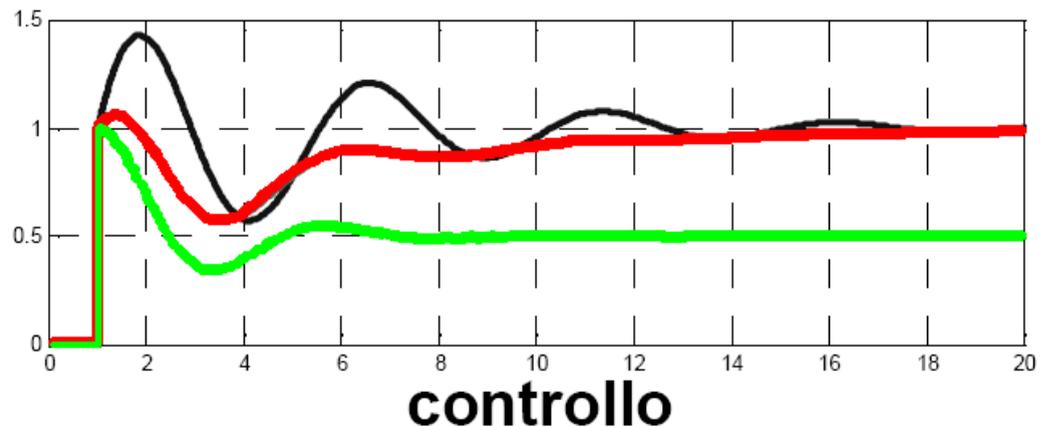
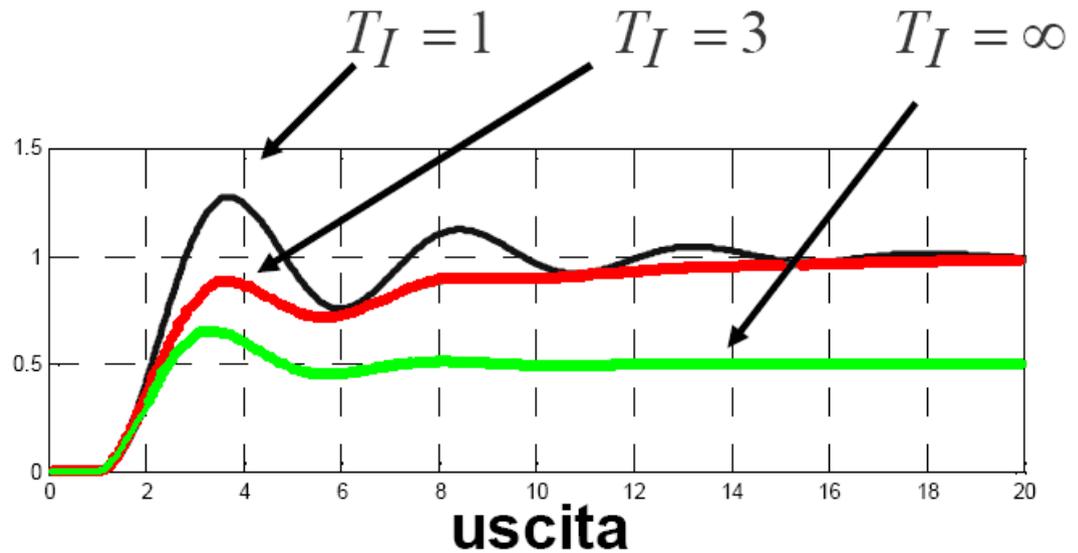
La funzione principale è quella di annullare l'errore a regime in presenza di disturbi costanti sulla variabile d'uscita

Una costante di tempo integrale bassa implica velocità di risposta più elevata, ma anche il peggioramento della stabilità e una sensibilità più elevata ai disturbi

È il termine che necessita della cautela maggiore per non impattare sulla stabilità e sull'overshoot della risposta (problema del **windup**)

Caratteristiche dell'azione integrale /2

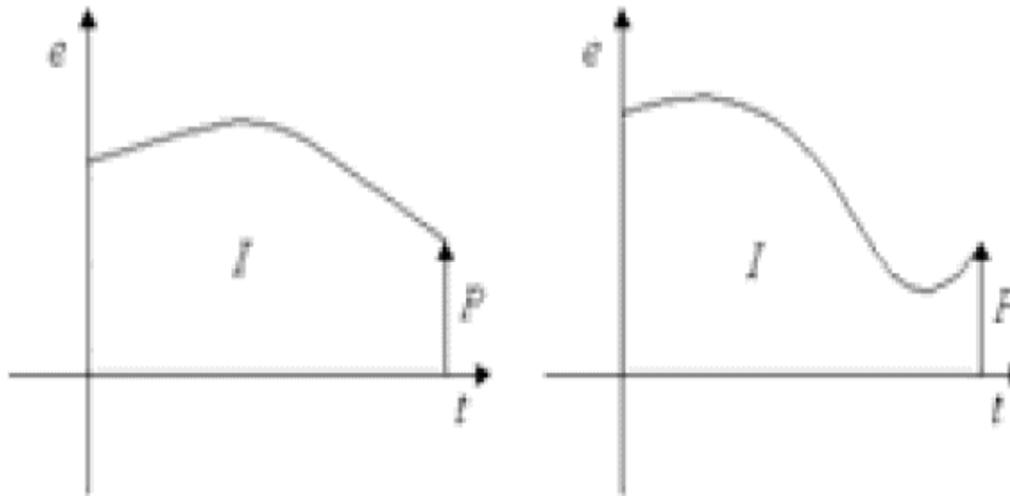
Esempio di
regolazione PI



Caratteristiche dell'azione derivativa /1

Predizione

- Un controllore PI non presenta nessuna predizione del comportamento futuro
- Si applica lo stesso controllo sia per errori crescenti che decrescenti



Caratteristiche dell'azione derivativa /2

È presente solo negli intervalli di tempo in cui vi è una variazione dello scostamento tra setpoint e valore misurato, mentre ha valore nullo negli intervalli di tempo in cui lo scostamento è costante

Introduce un'azione di controllo proporzionale alla variazione dell'errore, fornendo una correzione che anticipa l'andamento dell'errore nel tempo.

Migliora i margini di stabilità dell'anello di controllo

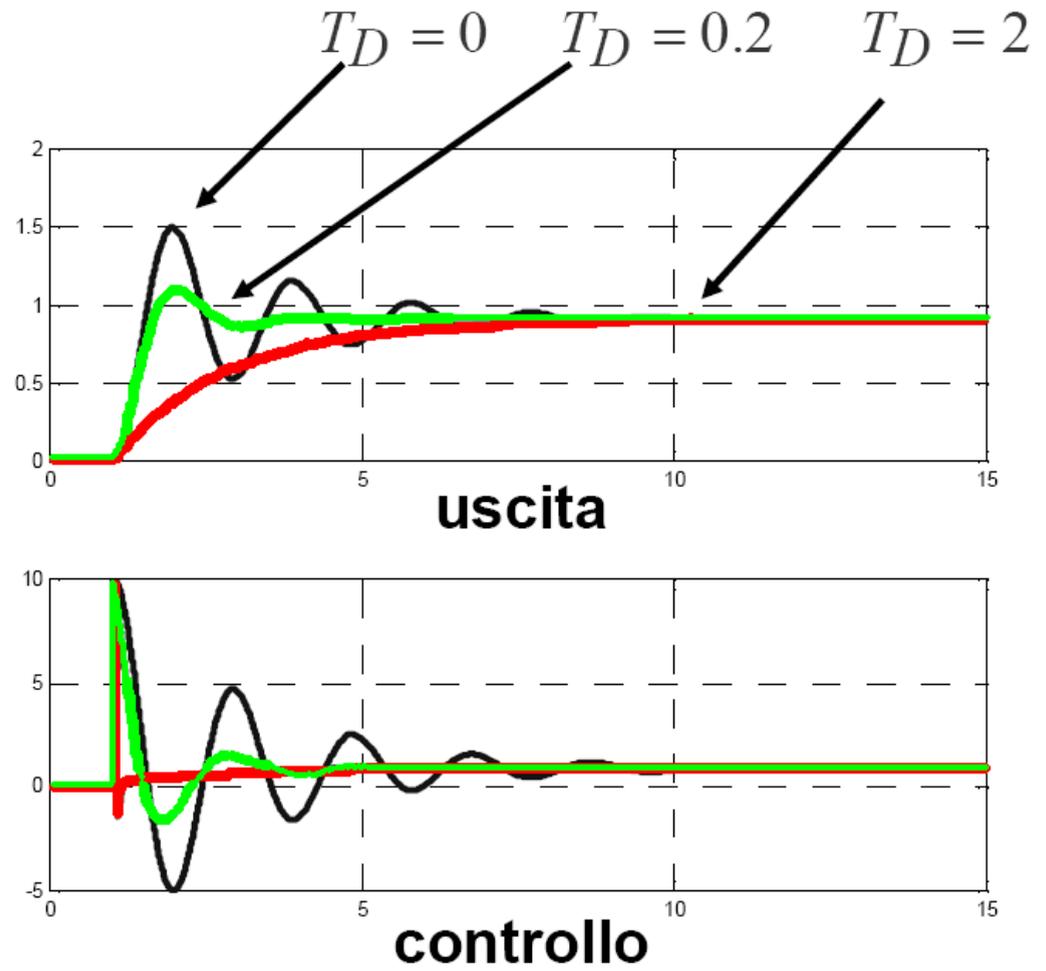
Non è consigliata in processi soggetti a frequenti disturbi o a rumore in quanto, percepiti come variazioni, potrebbero dare origine ad ampie e non necessarie variazioni del segnale correttivo

Un valore elevato del tempo derivativo (o di predizione) porta a notevoli contributi all'uscita del regolatore, con possibile saturazione dell'uscita.

Nella pratica industriale è una regolazione poco utilizzata

Caratteristiche dell'azione derivativa /3

Esempio di
regolazione PD



Implementazioni utilizzate nei regolatori digitali

Implementazioni in forma discreta più utilizzate

1) Forma "**di posizione**" con integrazione trapezoidale

$$u_n = K_P e_n + K_P \frac{T}{2T_I} \sum_{K=0}^n (e_K + e_{K-1}) + K_P \frac{T_D}{T} (e_n - e_{n-1})$$

2) Forma "**di velocità**"

$$u_n = u_{n-1} + K_P (e_n - e_{n-1}) + K_P \frac{T}{T_I} e_n + K_P \frac{T_D}{T} (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})$$

Con ***T = periodo di campionamento***

Periodo di campionamento /1

Choice of Sampling Interval

An important aspect in sampled data control systems is the choice of sampling intervals. The choice is simple: sample as fast as possible. This is because of the approximations that are used to generate the difference equations describing the controllers. Smaller sampling intervals mean that the properties of the underlying controller design will be less distorted, hence more predictable and better performances. A discretised PID controller performs best when sampling intervals are small.

However, too fast a sampling is wasteful of resources.

- the cost of implementation will increase because more capable components must be installed
- a DCS (Digital Control System) typically has many hundreds of input-output channels to administer. The functioning of the DCS will degrade significantly if every control loop is sampling at the highest frequency possible.
- fast sampling intervals will mean that high frequency components such as noise will also be captured in the signal, and this is not necessarily beneficial to the performance of the control loop.

Periodo di campionamento /2

If the sampling interval is too long, then signal loss will occur. An extreme case is the phenomenon known as '**aliasing**'.

The choice of an appropriate sampling interval should be based on the dynamics of the process being controlled. The sampling operation must return the key dynamic characteristics of the process.

From experience, **a sampling interval of approximately 10% of the dominant time constant works well in practise**

Implementazione dell'azione integrale

Fenomeno che si manifesta nei regolatori con algoritmo "di posizione"

Gli attuatori utilizzati nei sistemi di controllo hanno dei vincoli sull'ampiezza delle uscite, che non possono superare dei valori massimi e minimi (saturazione).

Quando si utilizza un regolatore con azione integrale, è possibile che l'uscita del controllore raggiunga i suddetti vincoli; in tal caso l'azione dell'attuatore non può crescere, anche se l'errore di regolazione $e(t)$ non è nullo.

Anche se il termine integrale dovesse continuare a crescere, non si produrrebbe alcun effetto sulla variabile di comando dell'impianto.

Il regolatore non funzionerebbe correttamente e resterebbe inattivo anche quando l'errore diminuisse o si invertisse di segno; infatti, prima di ottenere un segnale utile per la regolazione, si dovrebbe "scaricare" il termine integrale (questo fenomeno si chiama **wind-up** integrale).

Rimedi

- bloccare la sommatoria dell'azione integrale allorché l'uscita raggiunge il valore limite
- quando il controllo satura, forzare il valore di uscita della parte integrale al valore che sommato alle altre componenti fornisce esattamente il valore di saturazione (back-tracking)
- attivare l'azione integrale solo quando l'errore è piccolo.

Implementazione dell'azione derivativa /1

Dal punto di vista applicativo esistono alcuni problemi:

- Il termine derivativo ha un guadagno che aumenta all'aumentare della frequenza; il rumore elettromagnetico sovrapposto alla misura è in genere un segnale ad alta frequenza, e quindi viene esaltato dall'azione derivativa
- Il contributo del termine derivativo diviene teoricamente infinito nel caso in cui venga applicato un ingresso di riferimento $r(t)$ a gradino, introducendo sollecitazioni potenzialmente dannose per gli organi di attuazione.

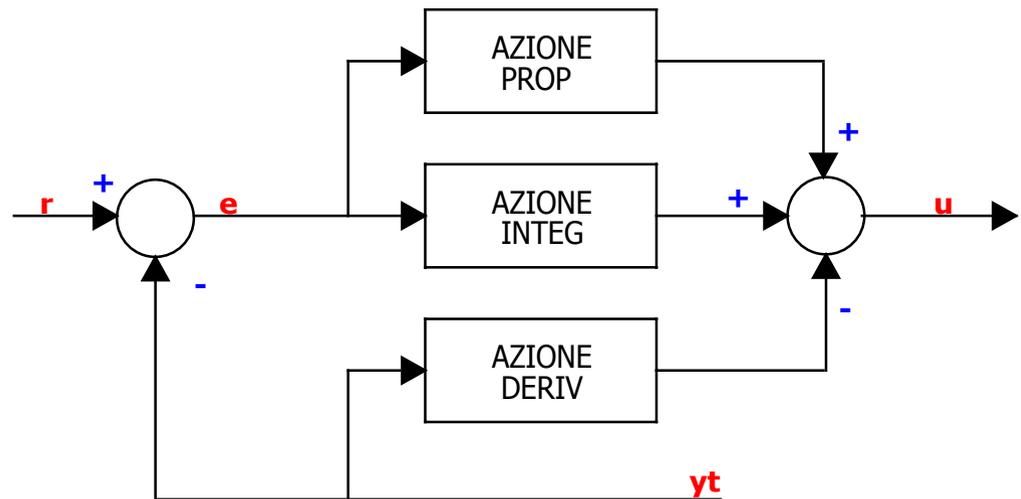
Implementazione dell'azione derivativa /2

Per risolvere i problemi citati occorre, nella soluzione analogica

- utilizzare un derivatore reale, progettato per avere una risposta limitata alle alte frequenze, caratterizzato da una risposta del tipo

$$D(s) = \frac{sT_D}{1 + s\frac{T_D}{N}} E(s) \quad \text{con } N \text{ compreso tra } 10 \text{ e } 100$$

- esercitare l'azione derivativa a fronte delle variazioni dell'uscita y (sicuramente meno "decise" rispetto a quelle del setpoint) secondo lo schema riportato in figura



Implementazione dell'azione derivativa /3

Implementazione in forma discreta

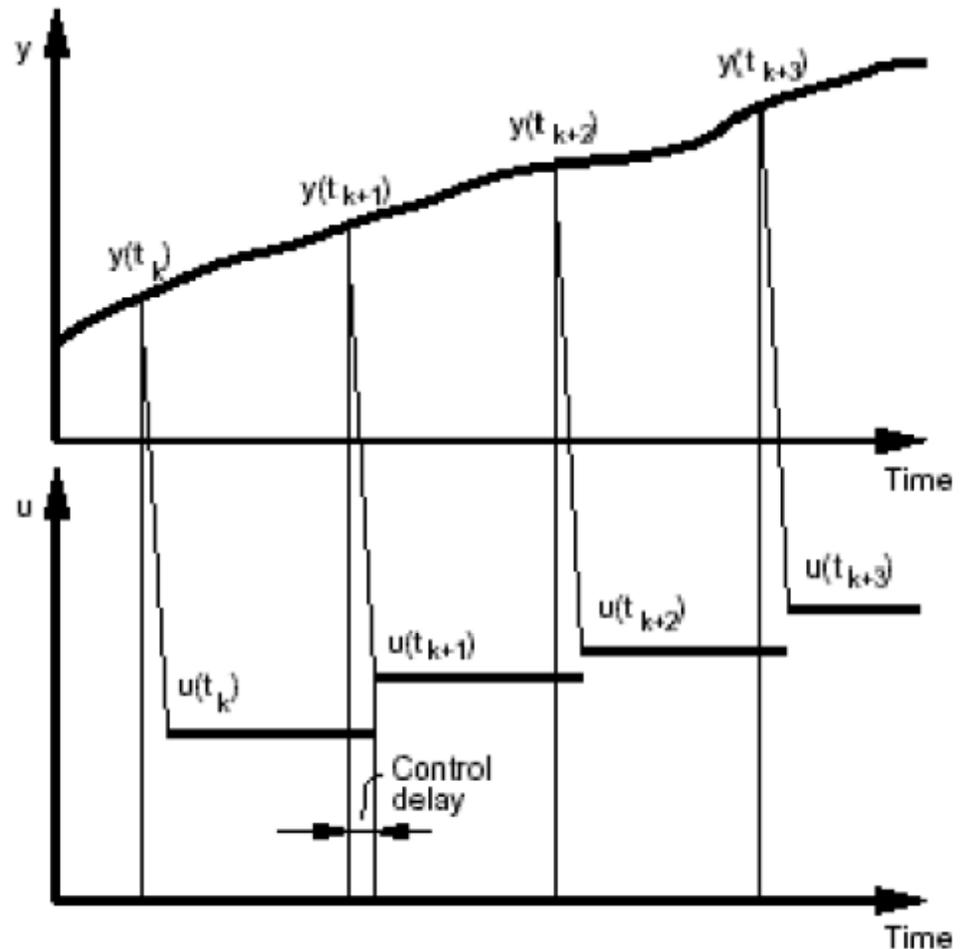
$$D_n = \frac{T_D}{T_D + NT} D_{n-1} + K_P \frac{NT_D}{T_D + NT} ((y_n - y_{n-1}) - (y_{n-1} - y_{n-2}))$$

Con ***T = periodo di campionamento***

REGOLATORI PID DIGITALI – Ritardo di anello

L'uscita del sistema di controllo non può essere generata istantaneamente all'istante di campionamento

- Ritardo introdotto da
 - conversione A/D
 - calcolo
 - conversione D/A (ritardo di attuazione)
 - ritardo equivalente dovuto al fatto che il controllo è costante tra due istanti di campionamento



REGOLATORI PID DIGITALI – Gestione del ritardo di anello

- ***Le scelte architetturali sia HW che SW possono avere un grande impatto sul ritardo di anello***
 - attenzione nell'utilizzo di componenti con base dei tempi diverse
 - il ritardo di anello può essere variabile a causa di
 - problemi di sincronizzazione
 - processore occupato con attività a priorità più elevata
 - utilizzo di canali di comunicazione non dedicati
 - valutare sempre la possibilità di sincronizzare esplicitamente i vari elementi che compaiono nell'anello
 - valutare la possibilità di eseguire prima il calcolo e l'attuazione dell'uscita e poi gli altri calcoli (stato futuro, diagnosi, . . .)
- ***Una soluzione spesso utilizzata è quella di attuare l'uscita al successivo istante di campionamento***
 - sincronismo disponibile
 - ritardo più grande del necessario
 - si può tentare di compensare

Taratura automatica dei parametri (Tuning)

Uno dei vantaggi derivanti dall'utilizzo dei regolatori PID consiste nella possibilità di effettuare la taratura dei parametri sulla base di semplici prove sperimentali, prescindendo dalla formulazione matematica, non sempre agevole, del sistema sotto controllo.

La taratura così ottenuta deve essere comunque seguita dalla messa a punto sul campo

Principali metodi utilizzati per ottenere i parametri

Metodi di Ziegler – Nichols

Metodo ATV di Astrom - Hagglung

Funzione di Tsytkin

Metodo SATV

Metodi di Ziegler - Nichols

Metodi sviluppati intorno agli anni '40 e quindi previsti per la taratura di regolatori PID analogici (è adattabili, non sempre in modo semplice, a regolatori PID digitali)

Applicabili a sistemi dinamici di basso ordine (primo, secondo, terzo) o sistemi dinamici con ritardo

Applicando i risultati ottenuti al controllore PID, è possibile verificare che nel sistema controllato la risposta al gradino è un'oscillazione smorzata in cui è verificato un **rapporto di smorzamento** pari a 0.25 tra due picchi successivi della risposta $u(t)$

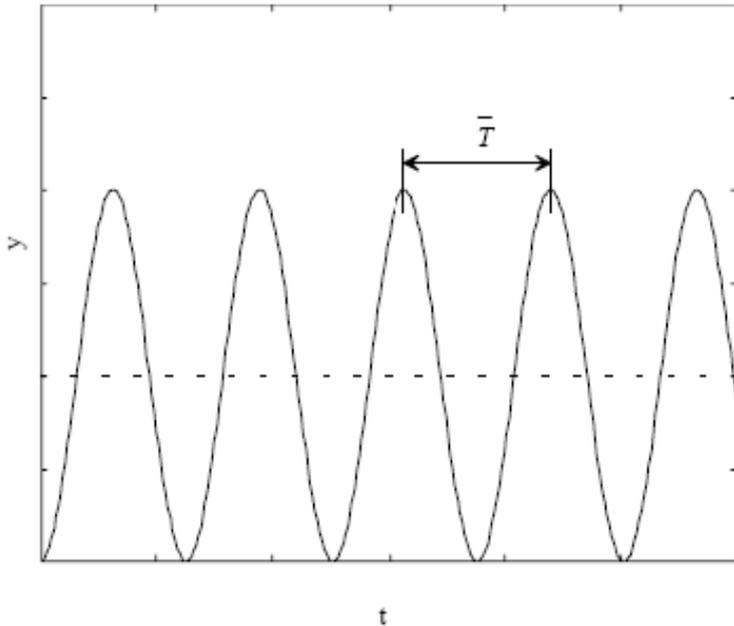
Utilizzando criteri e coefficienti diversi (Cohen – Coon, 3C), è possibile ottenere risposte diverse e ottimizzate per altri valori di sovralongazione massima e rapporto tra due picchi di sovralongazione

Metodo di Ziegler – Nichols in anello chiuso /1

Il metodo si articola nei seguenti passi:

1. Si chiude l'anello di controllo con il regolatore PID (i cui parametri devono essere sintonizzati), imponendo nulle le azioni integrale e derivativa: $K_I = 0$, $K_D = 0$ (o, in alternativa, $T_I = \infty$ e $T_D = 0$).
2. Partendo da valori molto piccoli di K_p si effettua un semplice esperimento, consistente nell'applicare un piccolo gradino al segnale di riferimento.
3. Si aumenta progressivamente K_p ripetendo di volta in volta l'esperimento finché non si instaura nell'anello un'**oscillazione permanente**.
4. Detto $\overline{K_p}$ il valore del guadagno proporzionale corrispondente all'oscillazione permanente (*guadagno critico*) e T il periodo di tale oscillazione, si tarano i parametri di un regolatore **P**, **PI** o **PID** sulla base della seguente tabella:

Metodo di Ziegler – Nichols in anello chiuso /2



	K_P	T_I	T_D
P	$0.5 \bar{K}_P$	–	–
PI	$0.45 \bar{K}_P$	$\frac{\bar{T}}{1.2}$	–
PID	$0.6 \bar{K}_P$	$\frac{\bar{T}}{2}$	$\frac{\bar{T}}{8}$

Il metodo non è sempre applicabile: ci sono infatti sistemi che non generano oscillazioni, anche con guadagni proporzionali elevati.

Altre volte può essere pericoloso, o comunque sconsigliabile, portare il sistema al limite di stabilità.

Metodo di Ziegler – Nichols in anello aperto /1

Questo metodo fornisce i valori dei parametri del regolatore in funzione di alcuni parametri della risposta al gradino del sistema controllato.

Questa molto spesso è aperiodica, e può considerarsi approssimata dalla risposta corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$K \frac{e^{-\theta s}}{1 + \tau s}$$

dove K , θ e τ sono, rispettivamente, il guadagno statico, il ritardo e la costante di tempo del modello.

Metodo di Ziegler – Nichols in anello aperto /2

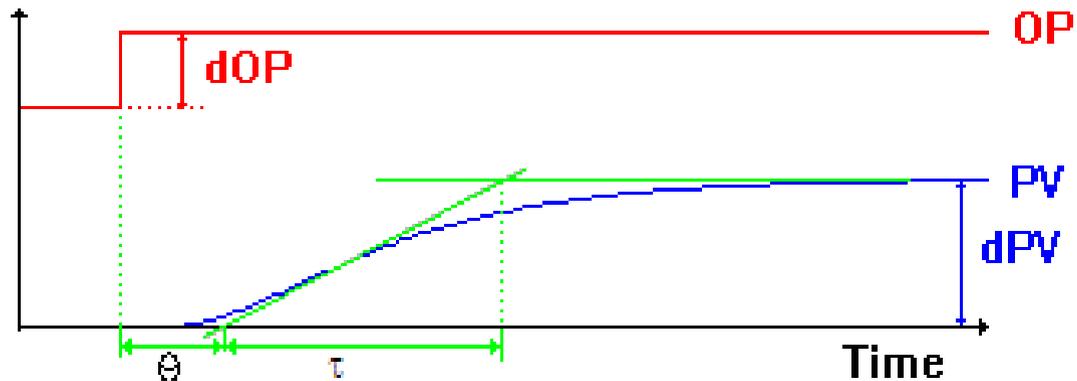
The **open loop method** allows to calculate PID parameters from the process parameters.

Step 1: Make an open loop plant test

Step 2: Determine the process parameters: process gain, deadtime, time constant (see below: draw a tangent through the inflection point and measure θ and τ as shown).

Step 3: Calculate the parameters according to the following formulas:

- Process gain = dPV / dOP , deadtime = θ , time constant = τ
- $K = \text{time constant} / (\text{process gain} * \text{deadtime})$
- P: Proportional gain $K_p = K$
- PI: Proportional gain $K_p = 0.9 * K$, integral time $T_I = 3.3 * \text{deadtime}$
- PID: Proportional gain $K_p = 1.2 * K$, integral time $T_I = 2 * \text{deadtime}$, derivative time $T_D = 0.5 * \text{deadtime}$



Metodo di Ziegler – Nichols in anello aperto /3

Il metodo non è ovviamente applicabile se la risposta allo scalino non presenta flesso o se la risposta presenta oscillazioni

Inoltre non sempre è possibile operare sul processo in anello aperto, o perturbare bruscamente il suo ingresso

Per poter le formule precedenti in ambito digitale si approssima la presenza del campionatore e del ricostruttore con un ritardo pari a $T/2$ e quindi nelle formule si considera $\theta = \theta + T/2$ al posto di θ (T = periodo di campionamento)

Indici di prestazione /1

I parametri di processo (θ e τ) ottenuti mediante il secondo metodo di Ziegler – Nichols (anello aperto) possono essere utilizzati per ottenere i valori dei parametri PID anche sfruttando un criterio che non è basato sul rapporto di smorzamento, bensì su funzioni integrali della variabile errore $e(t)$.

Di particolare interesse sono i seguenti ***indici di prestazione***:

$$\mathbf{ISE}$$
 (Integral of Squared Error) = $\int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$

$$\mathbf{IAE}$$
 (Integral of Absolute Error) = $\int_0^{\infty} |e(t)| dt$

$$\mathbf{ITAE}$$
 (Integral of Time Absolute Error) = $\int_0^{\infty} t |e(t)| dt$

Non esiste un indicatore migliore rispetto a tutti gli altri; per molti impianti accade spesso che l'indicatore che fornisce i risultati più apprezzati è l'ITAE.

Indici di prestazione /2

Una volta che si siano scelti il criterio (IAE, ISE o ITAE), il tipo di controllore (P, PI o PID) e l'azione di controllo (P, I o D), dalle tabelle si individuano due parametri A e B che sostituiti nella relazione

$$Y = A \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^B \quad \text{oppure} \quad Y = A + B \left(\frac{\theta}{\tau} \right)$$

forniscono un valore Y che deve essere interpretato come $Y = KK_p$ nel caso di azione proporzionale (P), come $Y = \tau/T_i$ nel caso di azione integrale (I), e come $Y = T_d/\tau$ nel caso di azione derivativa (D).

La prima tabella fornisce dei parametri che ottimizzano le prestazioni nel caso di variazioni nel plant da controllare mentre la seconda tabella fornisce dei parametri che ottimizzano le prestazioni nel caso di variazioni del setpoint di riferimento.

Indici di prestazione /3

Variazione di carico				
Criterio	Controllore	Azione	A	B
IAE	P	P	0.902	-0.985
ISE	P	P	1.141	-0.917
ITAE	P	P	0.490	-1.084
IAE	PI	P	0.984	-0.986
	PI	I	0.608	-0.707
ISE	PI	P	1.305	-0.959
		I	0.492	-0.739
ITAE	PI	P	0.859	-0.977
		I	0.674	-0.680
IAE	PID	P	1.435	-0.921
		I	0.878	-0.749
		D	0.482	+1.137
ISE	PID	P	1.495	-0.945
		I	1.101	-0.771
		D	0.560	+1.006
ITAE	PID	P	1.357	-0.947
		I	0.842	-0.738
		D	0.381	+0.995

Variazione di <u>setpoint</u>				
Criterio	Controllore	Azione	A	B
IAE	PI	P	0.758	-0.861
		I*	1.020	-0.323
ITAE	PI	P	0.586	-0.916
		I*	1.030	-0.165
IAE	PID	P	1.186	-0.869
		I*	0.740	-0.130
		D	0.348	+0.914
ITAE	PID	P	0.965	-0.855
		I*	0.796	-0.147
		D	0.308	+0.929

* In questo caso si deve utilizzare

$$Y = A + B \left(\frac{\theta}{\tau} \right)$$